SKALOPTYM - UNIVERSAL SOFTWARE FOR OPTIMALIZATION OF TECHNICAL PROBLEMS

Renata KASPERSKA - Andrzej KASPERSKI

Abstract: The work concerns the optimization tasks of technical problems. In the paper optimization bases are outlined, selected computer programs to solve optimization tasks are characterized, and the software implemented by authors for didactics of scalar optimization of different problems is presented.

Key words: optimization, optimal design, global solution, genetic algorithm.

SKALOPTYM – UNIWERSALNE OPROGRAMOWANIE DO OPTYMALIZACJI ZAGADNIENI TECHNICZNYCH

Streszczenie: Praca dotyczy zadania wyznaczania optymalnych rozwiązań dla zagadnień technicznych. W artykule przedstawiono zarys podstaw optymalizacji, scharakteryzowano wybrane programy komputerowe umożliwiające rozwiązywanie zadań optymalizacyjnych oraz zaprezentowano opracowane przez autorów oprogramowanie stosowane w dydaktyce do optymalizacji skalarnej dowolnych problemów.

Słowa kluczowe: optymalizacja, projekt optymalny, rozwiązanie globalne, algorytm genetyczny.

1 Wstęp

Wykorzystanie efektywnych, nowoczesnych metod obliczeniowych i analitycznych oraz zastosowanie komputerów umożliwia podejmowanie złożonych zagadnień, których rozwiązanie do niedawna nie było możliwe.

Obecnie jednym z najmodniejszych kierunków badawczych jest optymalizacja jako wyraz dążenia człowieka do uzyskiwania jak najlepszych rozwiązań. Odpowiednie i właściwe przygotowanie do pracy przyszłych inżynierów czy techników ściśle związane jest z nabyciem w procesie edukacji umiejętności formułowania i rozwiązywania zadań optymalizacyjnych, wyboru właściwych technik optymalizacji oraz posługiwania się odpowiednim typem oprogramowania. Rozwój metod optymalizacji we wszystkich dziedzinach twórczej działalności człowieka (np. w technice, technologii, ekonomii, zarządzaniu) związany jest z takimi potrzebami, jak: projektowanie nowoczesnych systemów konstrukcyjno-technologicznych, uzyskiwanie coraz lepszych rezultatów oraz zapewnienie projektowanym obiektom możliwie najlepszej funkcjonalności, niezawodności i trwałości, sprawności, jakości, ergonomiczności, estetyki itd. (1). Praktyczne zastosowanie optymalizacji jest również ściśle związane z wymiernymi efektami ekonomicznymi (obniżenie kosztów produkcji poprzez zmniejszenie zużycia materiałów).

2 Zadanie optymalizacji

W znaczeniu ogólnym, *optymalizacją* nazywamy świadomą działalność człowieka, której celem jest uzyskanie najlepszego rezultatu w danych warunkach i przy określonym kryterium oceny danego rezultatu (3). Najlepszy uzyskany rezultat jest *rezultatem optymalnym*. W znaczeniu naukowym, *optymalizacja* jest dziedziną wiedzy zajmującą się metodami wyboru optymalnych rozwiązań wszelkich działań, np. technicznych lub gospodarczych (14). *Optymalizacją* nazywamy też proces rozwiązywania zadania optymalizacji (17).

Zadanie optymalizacji można sformułować następująco (3):

a) Dany jest niepusty zbiór $X \subset R^n$, zwany *zbiorem rozwiązań dopuszczalnych*, określony układem nierówności i równań:

$$X = \{\vec{x} \in R^n : \vec{g}(\vec{x}) \geq \vec{0}, \vec{h}(\vec{x}) = \vec{0}\},$$

gdzie: $\vec{x}$ jest wektorem zmiennych decyzyjnych, $\vec{g}(\vec{x}) \geq \vec{0}$ są ograniczeniami nierównościowymi, $\vec{h}(\vec{x}) = \vec{0}$ są ograniczeniami równościowymi.

Ograniczenia są warunkami określonymi przez projektanta, opisują wymagania konstrukcyjne, tzn. wymagania technologiczne, ekonomiczne, funkcjonalne, wytrzymałościowe, użytkowe, niezawodnościowe, ergonomiczne, ekologiczne i inne.

b) Dana jest wektorowa funkcja celu:

$$\tilde{f}: R^n \rightarrow R^q, (q \geq 1)$$

określona układem q skalnych funkcji kryterialnych (kryteriów), które mają być optymalizowane:

$$f_k: R^n \rightarrow R, (k = 1, \dots, q)$$

c) Dany jest postulat minimalizacji lub maksymalizacji funkcji f_k ($k = 1, \dots, q$) na zbiorze X zgodnie z preferencjami decydenta. Uniwersalnym kryterium optymalizacyjnym w optymalnym projektowaniu jest minimum kosztów (materiału, wykonania, transportu, montażu, eksploatacji, konserwacji, utylizacji itp.).

Problem optymalizacji wielokryterialnej może być rozwiązywany w sposób podobny do problemu optymalizacji jednokryterialnej czyli skalarnej (2). Ideą optymalizacji skalarnej jest znalezienie zbioru takich wartości zmiennych decyzyjnych, aby spełnione były wszystkie ograniczenia i aby funkcja celu osiągała wartość optymalną. W problemach optymalizacji wielokryterialnej projektant próbuje znaleźć takie wartości zmiennych decyzyjnych, które równocześnie optymalizują wszystkie funkcje kryterialne.

Do rozwiązania zadania optymalizacji skalarnej można zastosować wiele znanych, odpowiednio zaadaptowanych, metod poszukiwania ekstremum funkcji (np. metoda pełnego przeglądu, metoda Monte Carlo, algorytmy genetyczne, symulowane wyżarzanie, przeszukiwanie Tabu). Liczbę metod optymalizacji skalarnej można oszacować na kilkadziesiąt, a liczbę ich modyfikacji i różnych wersji na kilka tysięcy. Szczegółowy opis metod optymalizacji skalarnej można znaleźć w bogatej literaturze z tego zakresu: (1), (2), (3), (13), (15), (16).

3 Oprogramowanie wspomagające rozwiązywanie zadań optymalizacyjnych

Rys historyczny technik optymalizacyjnych został przedstawiony m.in. w pracach: (2), (13). Przegląd około 75 pakietów oprogramowania służącego do optymalizacji zawarto w pracy (12).

Na rynku dostępne są różne komercyjne pakiety oprogramowania komputerowego, przeznaczonego do optymalizacji skalarnej i wektorowej funkcji matematycznych, np. (18). Spis niektórych z nich można znaleźć na stronach internetowych (5).

Jednym z komercyjnych programów jest moduł LGO Global Solver Engine dla Microsoft Excel, w którym określa się z komórki

zmiennych, komórkę celu, warunki ograniczające i różne opcje określające aspekty obliczeń, m.in. liczbę iteracji, dokładność rozwiązania, algorytm używany do wyznaczenia kierunków poprawy, typ zadania jako wariant obliczeń optymalizacyjnych.

Do rozwiązywania zadań optymalizacji mogą być wykorzystywane aplikacje stosowane do modelowania oraz obliczeń numerycznych i symbolicznych. Najważniejsze z nich to system MatLab wraz z Optimization Toolbox (18), Mathematica z modułem MathOptimizer, MatCAD wraz z rozszerzonym pakietem Solving & Optimization (5). Innym oprogramowaniem optymalizacyjnym do rozwiązywania zadań z obszaru programowania całkowitoliczbowego, liniowego i nieliniowego, a także optymalizacji globalnej służy LINDO/LINGO Systems. Komercyjnym pakietem obliczeniowym zawierającym różne metody optymalizacyjne jest STORM (5). Do rozwiązywania problemów niestabilnych i trudnych pod względem numerycznym może służyć program Xpress-Optimizer, który daje możliwość wyboru wielu algorytmów w zależności od złożoności problemu z milionami zmiennych i ograniczeń.

Niestety, cechą wspólną wymienionego oprogramowania jest znaczny koszt zakupu licencji. Niewiele spośród aplikacji do obliczeń optymalizacyjnych dostępnych jest bezpłatnie. Są to najczęściej programy rozwijane w warunkach akademickich. Przykładami darmowego oprogramowania do optymalizacji jest mSimplex, FC-Win, GOAL (6).

mSimplex firmy MatSol służy do rozwiązywania problemów programowania liniowego (PPL) za pomocą algorytmu Simplex i algorytmu dla programowania całkowitoliczbowego – BAB. Program przeznaczony jest dla zaawansowanych użytkowników, do działania wymaga platformy .NET. Aplikacja może być wykorzystywana do optymalizacji w biznesie, produkcji, transporcie.

FC-Win jest programem do modelowania matematycznego, symulacji i optymalizacji, dedykowanym do pracy inżynierów oraz naukowców (4). Działa w środowisku Windows na bazie języka FC (Fortran Calculus), który zapewnia minimalizację kodu. Od użytkownika wymagane jest wprowadzenie definicji modelu matematycznego, ograniczeń i funkcji celu. Program FC-Win zawiera ponad 60 przykładowych, rozwiązanych problemów, które mogą pomóc w formułowaniu i rozwiązywaniu własnych problemów.

GOAL jest narzędziem optymalizacji na bazie algorytmu genetycznego (6). Umożliwia rozwiązanie problemów optymalizacyjnych różnego typu. Zadania optymalizacji mogą zawierać kilka zmiennych (rzeczywistych i binarnych), ograniczeń i złożonych funkcji celu zapisanych w języku Visual Basic.

Na rynku istnieje również wolne i otwarte oprogramowanie FLOSS ([ang.](#) Free Libre/Open Source Software). Przykładem jest oprogramowanie LP-Solve napisane w języku ANSI C, służące do rozwiązywania zagadnień programowania liniowego i całkowitoliczbowego. Największe zagadnienia mogą zawierać 30000 zmiennych i 50000 ograniczeń.

Do rozwiązywania nietypowych problemów optymalizacyjnych stosowane są również różne języki programowania i modelowania matematycznego, np. [AMPL](#), Basic, C, Delhi, Fortran (4), Pascal (16).

Różnorodność, mnogość i komercyjność narzędzi służących do optymalizacji, a także duża złożoność obsługi wielu programów stały się inspiracją do zaprojektowania i wykonania oprogramowania dla celów edukacyjnych.

4 Charakterystyka programu SKALOPTYM

Program komputerowy SKALOPTYM został zaprojektowany i zaimplementowany w języku Delphi ze względu na potrzebę nauczania zagadnień optymalizacji różnych problemów technicznych i wyznaczania optymalnych wartości dla opracowanych modeli matematycznych. Służy do optymalizacji jednokryterialnej (skalarnej) dowolnych funkcji zdefiniowanych przez użytkownika. Program jest uproszczoną wersją komputerowego programu badawczego OPTIKON, który został wcześniej zaimplementowany w celu optymalizacji modeli konstrukcji cienkościennych. Charakterystykę systemu OPTIKON oraz wyniki optymalizacji można znaleźć m.in. w pracach (9), (10), (11).

Obecnie oprogramowanie SKALOPTYM jest wykorzystywane w dydaktyce na Uniwersytecie Zielonogórskim i Politechnice Poznańskiej.

Program SKALOPTYM charakteryzuje się prostą obsługą niezależnie od stopnia skomplikowania zadania optymalizacji. Podstawowe opcje menu (*Plik*, *Edycja*, *Optymalizacja*, *Pomoc*) są dostępne z głównego okna programu, przedstawionego na rysunku 1.

Opcja *Plik* zawiera trzy podopcje: *Nazwa pliku* (umożliwia podanie nazwy pliku, w którym zostaną zapisane wyniki optymalizacji), *Drukuj* (umożliwia wybór nazwy pliku, którego

zawartość może być wydrukowana) oraz *Wyjście* (umożliwia zakończenie pracy z programem).

Rys. 1: Główne okno programu SKALOPTYM.

Opcja *Edycja* zawiera jedną podopcję *Funkcja*, której wybór umożliwia edycję pliku, zawierającego źródło biblioteki funkcji celu zdefiniowanych przez użytkownika. Każda z funkcji posiada swój numer (Nr_Funkcji), konieczne jest też określenie następujących parametrów: liczba zmiennych decyzyjnych (LZ), liczba ograniczeń (LO), liczba wszystkich zadeklarowanych funkcji celu w bibliotece (LF). Ponadto, użytkownik musi zadeklarować postać funkcji celu (Q) oraz postać ograniczeń (OGR) z wykorzystaniem funkcji matematycznych dostępnych w języku Delphi (biblioteka Math).

Opcja *Optymalizacja* posiada trzy podopcje: *Kompilacja*, *Metody* oraz *Wykonanie*, które umożliwiają przygotowanie danych do obliczeń, wybór funkcji celu z przygotowanej biblioteki funkcji, wybór metod optymalizacji, określenie niezbędnych parametrów sterujących, zakresu zmiennych decyzyjnych oraz wykonanie obliczeń optymalizacyjnych.

Po sprawdzeniu poprawności danych dla wybranej funkcji celu i metody optymalizacji wykonywana jest optymalizacja skalarna (minimalizacja) funkcji celu. Użytkownik może wybrać jedną lub kilka metod optymalizacji. Wśród dostępnych metod jest m.in. symulowane wyżarzanie (SW) i algorytm genetyczny (AG) jako metody dyskretne stochastyczne (8). Znajdowane minimalne wartości funkcji celu mogą być zapisywane na dysku w celu dalszej ich analizy, tworzenia wykresów czy też jako archiwum. Dostępne są informacje o wartościach użytych parametrów, czasie obliczeń, liczbie wywołań funkcji celu i wartości ograniczeń.

Opcja *Pomoc* zawiera krótkie informacje na temat programu, jego opcji i zasad działania.

Wyniki działania programu SKALOPTYM zostaną zaprezentowane na przykładzie optymalizacji prostego zagadnienia technicznego (8 s. 36). Poszukiwane są optymalne wymiary belki o przekroju prostokątnym ($a \times b$), która przenosi moment zginający $M_g = 2000 \text{ N} \cdot \text{m}$, a naprężenia dopuszczalne dla materiału belki wynoszą $\sigma_{dop} = 200 \text{ MPa}$.

W pierwszej kolejności wyznaczone zostaną *zmienne decyzyjne*, czyli poszukiwane długości boków a i b przekroju poprzecznego belki. Następnie zostanie sformułowane *kryterium optymalizacyjne*. Konstrukcja najlepsza to konstrukcja najtańsza, więc użyteczne będzie kryterium ekonomiczne, wyrażające koszt belki. Koszt będzie zależał od ilości materiału zużytego do produkcji, więc w uproszczeniu można przyjąć jako kryterium pole powierzchni przekroju poprzecznego belki: $Q = a \cdot b \rightarrow \min$.

Ostatnim krokiem w definicji zadania optymalizacji jest wyznaczenie *ograniczeń*. Przyjęto cztery ograniczenia geometryczne: (1) $a > 0$, (2) $b > 0$, (3) $a \leq 10$, (4) $b \leq 10$. Ponadto, konieczne jest spełnienie warunku wytrzymałościowego na zginanie belki:

$$\sigma = \frac{M_g}{W_x} \leq \sigma_{dop}, \text{ gdzie } W_x = \frac{a \cdot b^2}{6}. \text{ Stąd:}$$

$$(5) \ a \cdot b^2 - \frac{6M_g}{\sigma_{dop}} \geq 0. \text{ Dodatkowo sformułowany}$$

zostanie warunek stateczności wyrażony dla uproszczenia przez stosunek zmiennych a i b :

$$\frac{b}{a} \geq 1 \text{ oraz } \frac{b}{a} \leq 4. \text{ Dla potrzeb optymalizacji}$$

warunek stateczności zostanie zapisany w formie: (6) $b - a \geq 0$ oraz (7) $4a - b \geq 0$. Otrzymano zbiór ograniczeń zawierający siedem warunków.

Stosując program SKALOPTYM, po wprowadzeniu do biblioteki ilości zmiennych decyzyjnych, funkcji celu i ograniczeń, można otrzymać w krótkim czasie (rzędu kilku sekund) rozwiązanie problemu. Za pomocą algorytmu symulowanego wyżarzania otrzymano optymalne wartości zmiennych $a = 1,574 \text{ cm}$, $b = 6,213 \text{ cm}$, gdy funkcja celu przyjęła wartość minimalną $Q = 9,779926 \text{ cm}^2$. Za pomocą algorytmu genetycznego otrzymano $a = 1,56 \text{ cm}$, $b = 6,21 \text{ cm}$, gdy funkcja celu przyjęła wartość minimalną $Q = 9,6876 \text{ cm}^2$. W tym przypadku

otrzymano lepszą wartość funkcji celu przy użyciu algorytmu genetycznego, dla którego przyjęto takie parametry, jak na rysunku 2.

Rys. 2: Parametry sterujące AG.

Rozwiązanie otrzymane za pomocą programu SKALOPTYM najprościej sprawdzić poprzez rozwiązanie graficzne. Trójwymiarowy wykres funkcji celu Q przedstawiono na rysunku 3.

Rys. 3: Wykres funkcji celu $Q = a \cdot b$.

Dwuwymiarowy wykres poziomicowy funkcji celu Q (tzw. warstwiec) został zaprezentowany na rysunku 4, gdzie przedstawiono również warunki ze zbioru ograniczeń w postaci prostych i krzywych. Wspólna część płaszczyzny ograniczona tymi warunkami określa obszar rozwiązań dopuszczalnych.

Najmniejszą wartość funkcji celu określa warstwiec przechodzący przez krawędź obszaru dopuszczalnego w punkcie leżącym na przecięciu prostej o równaniu $4a - b = 0$ i krzywej o równaniu $a \cdot b^2 - \frac{6M_g}{\sigma_{dop}} = 0$ czyli $a \cdot b^2 = 60$.

Wartość funkcji celu dla tej warstwy wynosi $Q = 9,688 \text{ cm}^2$, a dokładne wartości zmiennych decyzyjnych a i b mogą być odczytane z rysunku.

Istnieje zgodność obu rozwiązań, dlatego otrzymane wartości $a = 1,56 \text{ cm}$ oraz $b = 6,21 \text{ cm}$ są optymalnymi wymiarami przekroju belki.

Rys. 4: Wykres poziomicowy funkcji celu wraz ze zbiorem ograniczeń.

Program SKALOPTYM umożliwia nie tylko otrzymanie rozwiązania danego problemu optymalizacyjnego dla dowolnej ilości zmiennych decyzyjnych, ale również analizę sposobu działania algorytmów optymalizacji poprzez możliwość zmiany wartości parametrów sterujących i wielokrotne wykonywanie obliczeń dla tego samego zadania optymalizacji.

5 Podsumowanie

Rozwiązywanie zadań optymalizacyjnych wymaga znajomości podstaw optymalizacji matematycznej oraz umiejętności zastosowania odpowiedniego oprogramowania. Program SKALOPTYM jest prosty w obsłudze, tani i uniwersalny ze względu na możliwość definiowania przez użytkownika własnych problemów optymalizacyjnych i ich rozwiązanie. Biblioteka funkcji celu, która zawiera przykładowe funkcje, może być modyfikowana i rozbudowana bez żadnych ograniczeń. Program zawiera metody, które umożliwiają znajdowanie globalnego optimum z żadaną dokładnością. Na szczególną uwagę zasługuje algorytm genetyczny, który w ostatnim dziesięcioleciu umożliwił praktyczne rozwiązanie wielu bardzo złożonych zagadnień technicznych.

Komputerowy program SKALOPTYM może być wykorzystywany w dydaktyce zastosowań

technik komputerowych, teorii optymalizacji czy badań operacyjnych. Planowane jest także rozbudowanie funkcjonalności programu w celu umożliwienia rozwiązywania nie tylko zadań optymalizacji skalarnej, ale również wektorowej.

Literatura

- (1) DEB, K. *Optimization For Engineering Design: Algorithms And Examples*. Prentice-hall Of India Pvt Ltd, 2009, ISBN: 812030943X.
- (2) ESCHENAUER, H., KOSKI, J., OSYCZKA, A. *Multicriteria design optimization. Procedures and applications*. Berlin-Heidelberg : Springer-Verlag, 1990. ISBN: 0387506047.
- (3) FINDEISEN, W., SZYMANOWSKI, J., WIERZBICKI, A. *Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji*. Warszawa : PWN, 1980. ISBN 83-01-00976-4.
- (4) *Fortran Calculus Compiler* (on-line). 2005-2009 [cit. 2009-08-01]. URL : <<http://www.digitalcalculus.com/demo/fc-win.html>>.
- (5) *Global Optimization Software* (on-line). 2008-2009 [cit. 2009-08-01]. URL : <http://www.mat.univie.ac.at/~neum/glopt/software_g.html#commercial>.
- (6) *GOAL, Genetic algorithm optimization* (on-line). 2003-2009 [cit. 2009-08-01]. URL: <<http://www.geocities.com/geneticoptimization/>>
- (7) GUTENBAUM, J. *Modelowanie matema-tyczne systemów*. Warszawa : Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2003. ISBN 83-87674-53-2.
- (8) KASPERSKA, R. *Algorytmy genetyczne. Podstawy optymalizacji konstrukcji* pod red. M. Ostwald. Poznań : Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2003. s. 146-160. ISBN 83-7143-565-7.
- (9) KASPERSKA, R., KASPERSKI, A. *Agent programowy w systemie optymalizacji konstrukcji cienkościennych. Współczesne problemy techniki, zarządzania i edukacji* pod red. B. Pietrulewicz. Zielona Góra : Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Edukacji Techniczno-Informatycznej, 2008. s. 37-47. ISBN 978-83-7481-299-0.
- (10) KASPERSKA, R., MAGNUCKI, K., OSTWALD, M. *Bicriteria optimization of cold-formed thin-walled beams with monosymmetrical open cross sections under pure bending. Thin-Walled Structures*, 2007. Vol. 45, no 6, s. 563-572. ISSN 0263-8231.

- (11) KASPERSKA, R., OSTWALD, M. Polyoptimal design of sandwich cylindrical panels with the application of an expert system. *Engineering Optimization*. Taylor and Francis Ltd, 2006. Vol. 38, no 6, s. 739-753. ISSN 1029-0273 (electronic) 0305-215X (paper).
- (12) MOREÉ, J.J., WRIGHT, S.J. *Optimization software guide*, Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1993. ISBN 0-89871-322-6.
- (13) RAO, S.S. *Engineering Optimization. Theory and practice*. John Wiley & Sons, 1996. ISBN 978-0-471-55034-1.
- (14) STACHURSKI, A., WIERZBICKI, A. *Podstawy optymalizacji*. Warszawa : Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej, 2001. ISBN 83-720-7247-7.
- (15) STADNICKI, J. Teoria i praktyka rozwiązywania zadań optymalizacji z przykładami zastosowań technicznych. *Warszawa : WNT, 2006. ISBN 83-204-3140-9*.
- (16) SYSŁO, M.M., DEO, N., KOWALIK, J. S. *Algorytmy optymalizacji dyskretnej z programami w języku Pascal*. Warszawa : Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999. ISBN 83-01-11818-0.
- (17) TARNOWSKI, W. *Wspomaganie komputerowe CAD/CAM - Podstawy projektowania technicznego*. Warszawa : WNT, 1997. ISBN 83-204-2165-9.
- (18) VENKATARAMAN, P. *Applied Optimization with MATLAB Programming*. John Wiley & Sons, Inc, 2002. ISBN 0-471-34958-5.

dr inż. Renata Kasperska
Instytut Edukacji Techniczno-Informatycznej
Uniwersytet Zielonogórski
ul. Prof. Z. Szafrana 4, 65-516 Zielona Góra,
Poland
tel. 48 68 3284746
e-mail: R.Kasperska@eti.uz.zgora.pl

dr inż. Andrzej Kasperski
Wydział Matematyki, Informatyki
i Ekonometrii
Uniwersytet Zielonogórski
ul. Prof. Z. Szafrana 4a, 65-516 Zielona Góra,
Poland
tel. 48 68 3282802
e-mail: A.Kasperski@wmie.uz.zgora.pl